数　　学

【１】以下の問いに答えよ．

(1) 次の極限値を求めよ．

1) $\lim_{x\to\infty} x^4\left(\frac{1}{x^2}-\sin\frac{1}{x^2}\right)$

2) $\lim_{x\to+0}(\cos x)^{\log x}$

(2) 変数 x, y が媒介変数 t の関数として下記のように与えられているとき，導関数 dy/dx を x の関数として表せ．

$$x=\frac{1-t^2}{1+t^2}\ ,\quad y=\frac{2t}{1+t^2}$$

(3) 次の定積分を求めよ．ただし，$n=0,1,2,\cdots$ である．

$$I_n=\int_0^{\pi}\frac{\sin(nx)}{\sin x}dx$$

（ヒント：計算方法は任意であるが，一例として I_n-I_{n-2} がどのようになるかを考えて計算する方法がある．）

数　学

【2】以下の問いに答えよ.

(1)次の常微分方程式の一般解を求めよ.

$$\frac{dy}{dx}=1+4y^2$$

(2)次の常微分方程式の一般解を求めよ.

$$\frac{d^2y}{dx^2}+4\frac{dy}{dx}+5y=65\cos 2x$$

(3)次の常微分方程式の一般解が示す曲線群と直交する曲線群を求めよ.

$$\frac{dy}{dx}=\frac{y^2-x^2}{2xy}$$

数　　学

【３】以下の問いに答えよ．

行列 $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix}-2 & 1\\ 1 & -2\end{pmatrix}$ について，以下の問いに答えよ．

(1) 行列 $\boldsymbol{A}$ の固有値を求めよ．

(2) 設問(1)で求めた固有値に対応する固有ベクトルを求めよ．

(3) 変換行列として直交行列 $\boldsymbol{U}$ を用いて行列 $\boldsymbol{A}$ を対角化し，$\boldsymbol{A}^n$（n は自然数）を求めよ．

(4) $(x \quad y)\boldsymbol{A}\begin{pmatrix}x\\ y\end{pmatrix}$ は，2 次形式 $-2x^2+2xy-2y^2$ と表されることを示せ．ただし，2 次形式とは 2 次の項のみで構成される多項式を指す．

(5) 設問 (3) の直交行列 $\boldsymbol{U}$ による変数変換 $\begin{pmatrix}x\\ y\end{pmatrix}=\boldsymbol{U}\begin{pmatrix}p\\ q\end{pmatrix}$ により，2 次形式 $-2x^2+2xy-2y^2$ を p,q を用いた標準形にせよ．ただし，標準形とは $3p^2+4q^2$ のように各変数の 2 次の項のみで構成される多項式を指す．

数　学

【４】以下の問いに答えよ．

三次元直交座標系（デカルト座標系）において，x軸，y軸，z軸の正の方向の単位ベクトルをそれぞれ $\boldsymbol{i}$, $\boldsymbol{j}$, $\boldsymbol{k}$とする．

$z=\sqrt{x^2+y^2}$により表される曲面S_0について，以下の問いに答えよ．

(1) 曲面S_0の単位法線ベクトル$\boldsymbol{n}$をxおよびyの関数として求めよ．ただし，$\boldsymbol{n}$はz成分が正となる方向の単位法線ベクトルとする．

(2) 曲面S_0上の点$\mathrm{P}(1,1,\sqrt{2})$を通る接平面Sを求めよ．

(3) スカラー場$\phi=x+y+z$について，$-1\leq x\leq 1$，$-1\leq y\leq 1$における設問(2)の接平面S上の面積分$\iint_S \phi\, dS$を求めよ．

物 理 化 学

【1】以下の問いに答えよ．p：圧力，V_{m}：モル体積，T：絶対温度，R：気体定数とする．有効数字は二桁とする．ただし，数値計算の際には $R = 8.3\ \mathrm{Pa \cdot m^3 \cdot mol^{-1} \cdot K^{-1}}$ を用いること．

(1) 640 mg の酸素（分子量：32），160 mg のアルゴン（原子量：40），200 mg のネオン（原子量：20）からなる 300 K の混合気体がある．このときのネオンの分圧は 8.3 kPa である．300 K におけるこの混合気体の体積と全圧を求めよ．ただし，完全気体の状態方程式が適用できるとする．

(2) 200 K，5.0 kPa において，ある元素 X のみを組成にもつ気体分子 X_n（n は整数）の質量密度は $0.50\ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}$ である．元素 X の原子量が 83 のとき，n の値を求めよ．ただし，完全気体の状態方程式が適用できるとする．

(3) ファンデルワールス状態方程式は次式で表される．

$$p = \frac{RT}{V_{\mathrm{m}} - b} - \frac{a}{V_{\mathrm{m}}^2}$$

R とファンデルワールスパラメーター a, b を用いて臨界圧力 p_{c}，臨界モル体積 V_{c}，臨界温度 T_{c} を表せ．また臨界圧縮因子 $p_{\mathrm{c}}V_{\mathrm{c}}/RT_{\mathrm{c}}$ を求めよ．導出過程も記すこと．

(4) ファンデルワールス状態方程式を $p_{\mathrm{r}} \equiv p/p_{\mathrm{c}}$，$V_{\mathrm{r}} \equiv V_{\mathrm{m}}/V_{\mathrm{c}}$，$T_{\mathrm{r}} \equiv T/T_{\mathrm{c}}$ を用いて表せ．導出過程も記すこと．

(5) ある完全気体のモル定圧熱容量 $C_{p,\mathrm{m}}$ $[\mathrm{J \cdot K^{-1} \cdot mol^{-1}}]$ の温度変化は $C_{p,\mathrm{m}} = 20 + 0.40T$ で表される．以下の 1), 2)の問いに答えよ．

1) この気体 1.0 mol が定圧で温度が 300 K から 400 K に上昇したとき，エンタルピー変化，内部エネルギー変化を求めよ．

2) この気体 1.0 mol が定容で温度が 300 K から 400 K に上昇したとき，気体がなした仕事，気体に加えられた熱を求めよ．

(6) 化学式 $C_{10}H_8$ で表されるナフタレン(s)の 298 K における標準生成エンタルピーは $78\ \mathrm{kJ \cdot mol^{-1}}$ である．ナフタレン(s)の 298 K における標準燃焼エンタルピーを求めよ．二酸化炭素(g)と水(l)の 298 K における標準生成エンタルピーは，それぞれ $-390\ \mathrm{kJ \cdot mol^{-1}}$，$-280\ \mathrm{kJ \cdot mol^{-1}}$ とする．

物理化学

【2】以下の問いに答えよ.

(1) 図1の完全気体における可逆なカルノーサイクルについて問う.

1) 温度 T_h における A 点から B 点への可逆な等温膨張において，高温熱源から系に加えられた熱を q_h とする．このときのエントロピー変化 ΔS を，T_h と q_h を用いて示せ.

2) B 点から C 点への可逆な断熱膨張におけるエントロピー変化がゼロとなる理由を簡潔に説明せよ.

3) カルノーサイクルを一周したときの全エントロピー変化がゼロとなることを示せ. ここで, 気体定数を R, および気体の物質量 (モル数) を n とする．なお C 点から D 点への可逆な等温圧縮（温度は T_c）において，系から低温シンクへ放出される熱を q_c とし，またカルノーサイクルの可逆な断熱過程から導かれる, 系の体積に関する関係式を, $V_B V_D = V_A V_C$ とする.

4) 熱と仕事の関係を用いて，カルノーサイクルにおける熱効率 η が温度のみの関数になることを示せ.

5) 低温シンクの温度を 400 K とする．高温熱源の温度が 800 K のときに比べて，1000 K のときには，熱効率は何倍になるかを求めよ．計算過程についても簡潔に説明すること.

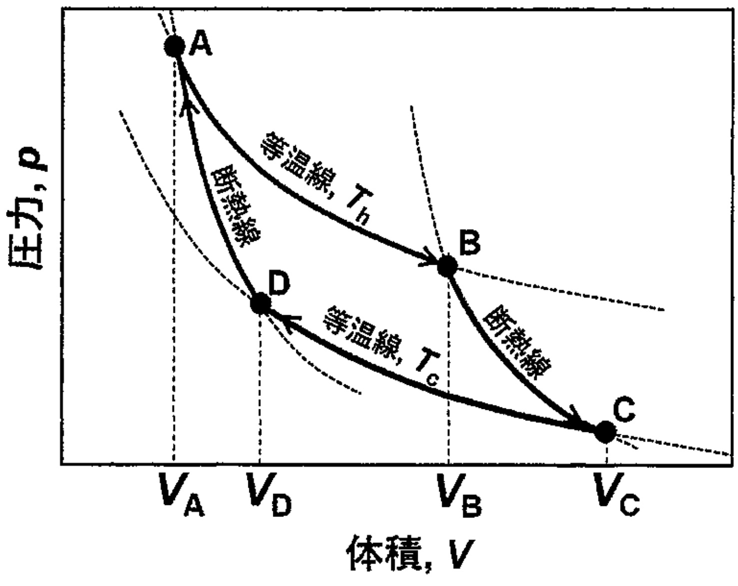


図1　完全気体における可逆なカルノーサイクルの説明図

(問題文は次ページにつづく)

物理化学

(2) 自由エネルギーについて問う．解答において以下の記号を用いること．
q：熱，　w：仕事，　U：内部エネルギー，　H：エンタルピー，
A：ヘルムホルツエネルギー，G：ギブズエネルギー，S：エントロピー，
T：絶対温度，　p：圧力，V：体積

1) ヘルムホルツエネルギーおよびギブズエネルギーの定義式を記せ．
2) 等温過程において，ヘルムホルツエネルギー変化量 $\mathrm{d}A$ の絶対値が，系から取り出すことのできる最大仕事に等しくなることを，熱力学第一および第二法則に基づき説明せよ．なお解答においては，適切な数式を適宜用い，また数式内の $\mathrm{d}A$ および仕事の正負を明確にすること．
3) 定圧および等温過程では，ギブズエネルギー変化量が $\mathrm{d}G \le 0$ となることが，系の自発的変化の判断基準となる．この関係式 $\mathrm{d}G \le 0$ を熱力学第一および第二法則に基づき導け．なお解答においては，適切な数式を適宜用い，$\mathrm{d}G \le 0$ の導出過程についても簡潔に説明すること．
4) 定圧過程を想定し，ギブズエネルギー変化量 $\mathrm{d}G$ とヘルムホルツエネルギー変化量 $\mathrm{d}A$ との間の関係式を導け．またこの関係式が，可逆過程だけでなく，不可逆過程にも適用できる理由を，50 文字以内で説明せよ．

(3) 二原子分子 AB に対し，…AB AB AB…という並び方と，…BA AB BA…の並び方の間に，ほとんどエネルギー差が無いとき，絶対零度において，エントロピーはゼロとならず，残余エントロピーが生じ得る．この理由を，エントロピーのボルツマンの式を用いて，簡潔に説明せよ．

固体物理学

【１】金属である金に関する以下の問いに答えよ．

(1) 金結晶は面心立方構造である（慣用格子定数を a とする）．金原子の原子散乱因子を f，慣用単位胞内において j 番目に位置する原子の格子座標を $(x_j,\ y_j,\ z_j)$とすると，$(h\,k\,l)$面の結晶構造因子$F(h\,k\,l)$は，式①で表される．粉末Ｘ線回折（θ-2θ法）における消滅則を求めよ．導出過程も記すこと．

$$F(h\,k\,l) = \sum_j f \exp\left[-\frac{2\pi}{a} i\left(hx_j + ky_j + lz_j\right)\right] \quad \cdot\cdot\cdot ①$$

(2) 金結晶粉末を用いて X 線回折測定（θ-2θ法）を行ったところ，最も低角度の回折ピークは $2\theta = 38.0°$に現れた．この回折ピークのミラー指数および金結晶の格子定数 a をそれぞれ求めよ．格子定数の単位には nm を用いて有効数字二桁で答えよ．なお，用いたＸ線の波長は 0.154 nm である．必要であれば $\sin(38.0°/2) = 0.326$ および関係式$1/d^2 = (h^2 + k^2 + l^2)/a^2$を適宜用いてもよい．$d$ は$(h\,k\,l)$ 面の結晶面間隔である．

(3) $(h_1\,k_1\,l_1)$ 面からの回折ピークが回折角度 $2\theta = 2\theta_1$，および $(h_2\,k_2\,l_2)$ 面からの回折ピークが回折角度 $2\theta = 2\theta_2$にそれぞれ現れる場合を考える．$n_j = h_j^2 + k_j^2 + l_j^2$ $(j = 1, 2)$とおいたときに，n_1 と n_2 の関係を求めよ．

(4) 問(2)，(3)の結果を用いて $2\theta = 81.2°$に現れる回折ピークのミラー指数を求めよ．導出過程も記すこと．必要であれば $\sin(38.0°/2) = 0.326$, $\sin^2(38.0°/2) = 0.106$, $\sin(81.2°/2) = 0.651$, $\sin^2(81.2°/2) = 0.424$ を適宜用いてもよい．

（問題文は次ページにつづく）

固体物理学

(5) 結晶中の金の最外殻 s 軌道の電子状態を考える．電子の波動関数をψ，原子の軌道関数をϕ，電子のエネルギー固有値を$\mathcal{E}$，波数をkとする．

1) 格子定数が a の 1 次元結晶を考える．格子点は$x = na$（nは整数）にあるとする．この 1 次元結晶中で電子が受けるポテンシャルは，原子位置を反映した周期関数で与えられる．また，電子の波動関数は式②で表されるとする．

$$\psi(x) = C\sum_{n} e^{ik\cdot na}\phi(x - na) \quad \cdot\cdot\cdot ②$$

このとき$\psi(x)$はブロッホの定理$\psi(x + a') = e^{ik\cdot a'}\psi(x)$を満たすことを示せ．ただし，$C$は定数であり，$a'$は$a' = ma$（$m$は整数）である．

2) 3 次元結晶中（面心立方構造，慣用格子定数は a）においても，波動関数 $\psi(x, y, z)$はブロッホの定理を満たす．このとき 3 次元波数($\boldsymbol{k}$)空間において電子のバンド分散（$\mathcal{E}$-$\boldsymbol{k}$ 分散）は近似的に式③で与えられるとする．ここで，$\mathcal{E}_0$，tは定数とする．ただし$t < 0$とする．

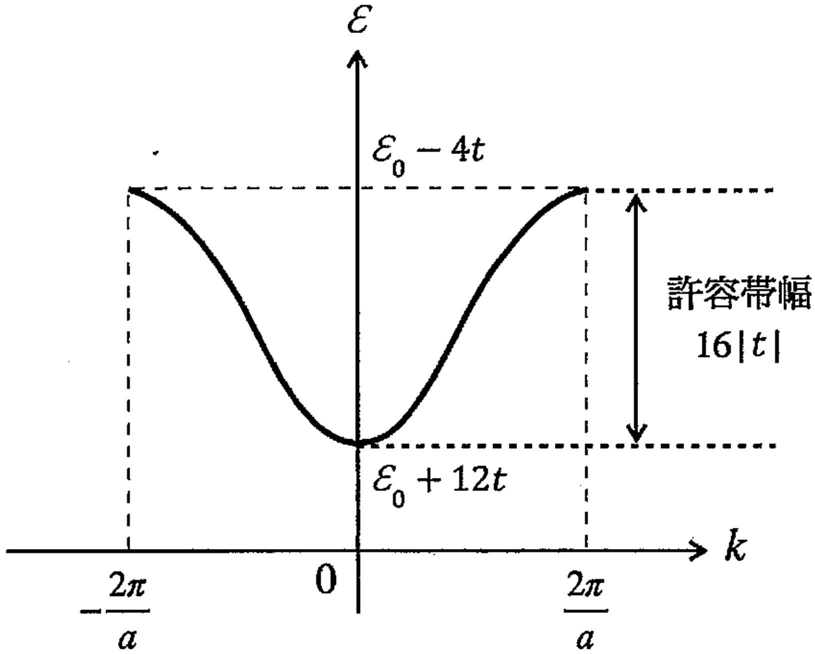
$$\mathcal{E}(\boldsymbol{k}) = \mathcal{E}_0 + 4t\left(\cos\frac{k_x a}{2}\cos\frac{k_y a}{2} + \cos\frac{k_y a}{2}\cos\frac{k_z a}{2} + \cos\frac{k_z a}{2}\cos\frac{k_x a}{2}\right) \quad \cdot\cdot\cdot ③$$

式③に$k_x = k,\ k_y = k_z = 0$を代入し，$\mathcal{E}$とkの関係を求めると$\mathcal{E}(k) = 8t\cdot\cos\frac{ka}{2} + 4t + \mathcal{E}_0$が得られる．その第 1 ブリュアンゾーン内の$\mathcal{E}$-$k$ 分散は次ページに示す図 1 のようになる．$k_x = k_y = k_z = k$ の場合における$\mathcal{E}$とkの関係を求め，第 1 ブリュアンゾーン内の$\mathcal{E}$-k分散を図示せよ．また，その図中に許容帯幅（バンド幅）を示せ．

3) 電子の$\mathcal{E}$-k 分散に周期ポテンシャルが与える影響を簡潔に説明せよ．

（問題文は次ページにつづく）

固体物理学



$\mathcal{E}$
$\mathcal{E}_0 - 4t$
許容帯幅
$16|t|$
$\mathcal{E}_0 + 12t$
k
$-\frac{2\pi}{a}$
0
$\frac{2\pi}{a}$

図1

流動と伝熱

【2】以下の問いに答えよ．

(1) 水平な長い平滑円管内における完全発達定常流れを考え，次元解析を行う．単位長さあたりの圧力損失 $\dfrac{\Delta p}{L}$（Lは管長）を，管の内径 d，断面平均流速 u，流体の密度 ρ，流体の粘度 μ のべき乗の積で表す．それぞれの物理量の指数を a_1, a_2, a_3, a_4 とすると，$\dfrac{\Delta p}{L}$は無次元の定数 k を用いて以下の式(1)のように表される．

$$\frac{\Delta p}{L} = kd^{a_1}u^{a_2}\rho^{a_3}\mu^{a_4} \qquad (1)$$

式(1)を絶対単位系で質量，長さ，時間についての次元式の形で表すと，式(1)の両辺の次元は一致するので，質量，長さ，時間について，a_1, a_2, a_3, a_4 を用いて3個の方程式がつくれる．ここで，a_1, a_2, a_3 を a_4 で表すと，$a_1 = \boxed{㋐}$，$a_2 = \boxed{㋑}$，$a_3 = \boxed{㋒}$ を得る．この結果を式(1)に代入すると，以下の式(2)のようになる．

$$\boxed{㋓} = k\left(\boxed{㋔}\right)^{-a_4} \qquad (2)$$

式(2)の右辺の $\boxed{㋔}$ は Reynolds 数 Re である．$\boxed{㋓} = 2f$ とおくと次式のように変形できる．

$$\Delta p = \boxed{㋕} \qquad (3)$$

式(3)を Fanning の式といい，f は管摩擦係数である．

円管流れの f は Re の関数として，層流では $f = \boxed{㋖}$ で表され，$Re < 10^5$ の乱流で平滑管では Blasius の式 $f = 0.079Re^{-1/4}$ が用いられる．体積流量 Q を一定に保って管の内径 d を3倍にしたとき，$\dfrac{\Delta p}{L}$は，層流では $\boxed{（あ）}$ 倍になる．

1) 文中の空欄 $\boxed{㋐}$ ～ $\boxed{㋖}$ を埋めて式を完成させよ．
2) 文中の空欄 $\boxed{（あ）}$ に入る数値を有効数字2桁で答えよ．

（問題文は次ページにつづく）

流動と伝熱

(2) 図 1 に示すように，3 枚の平板 A, B, C で構成される三層平板が垂直に配置され，左側の気体 G1 と右側の気体 G2 と接している．平板 A の厚さは l_A [m]，熱伝導率は λ_A [$W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$]，平板 B の厚さは l_B [m]，熱伝導率は λ_B [$W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$]，平板 C の厚さは l_C [m]，熱伝導率は λ_C [$W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$]である．また，気体 G1 側と G2 側の熱伝達率はそれぞれ h_{G1} [$W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$]と h_{G2} [$W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$]であり，定常状態において気体 G1 および G2 の温度はそれぞれ T_{G1} [K]と T_{G2} [K] ($T_{G1} > T_{G2}$)で，平板 A の表面温度は T_1 [K]，平板 A-B および B-C の界面温度はそれぞれ T_2 [K]と T_3 [K]，平板 C の表面温度は T_4 [K]である．次の問いに答えよ．

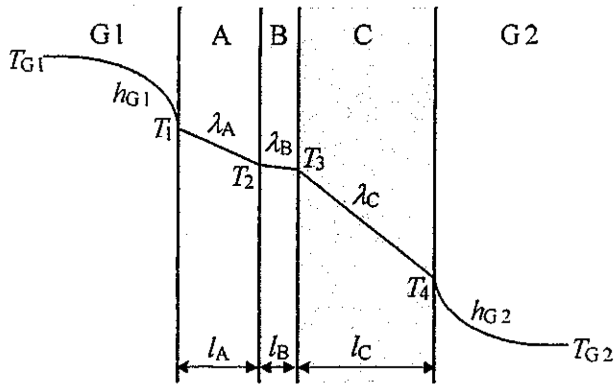


図 1

1) 本システムにおける総括伝熱係数 U の式は，上記記号を用いると次式で表される．

$$U = \frac{1}{\frac{1}{h_{G1}} + \frac{l_A}{\lambda_A} + \frac{l_B}{\lambda_B} + \frac{l_C}{\lambda_C} + \frac{1}{h_{G2}}}$$

本システムの熱流束 q [$W \cdot m^{-2}$]と総括伝熱係数 U との関係式は $q = U(T_{G1} - T_{G2})$ である．この関係式と気体の熱伝達および平板の熱伝導における各熱流束の式から，総括伝熱係数 U を表す式を導出せよ．

2) $T_{G1} = 475$ K，$h_{G1} = 20.0$ $W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$，$T_{G2} = 300$ K，$h_{G2} = 10.0$ $W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$，$l_A = 0.500$ m，$\lambda_A = 25.0$ $W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$，$l_B = 0.180$ m，$\lambda_B = 6.00$ $W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$，$l_C = 2.00$ m，$\lambda_C = 40.0$ $W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$ である場合の熱流束 q [$W \cdot m^{-2}$]および界面温度 T_2 [K]と T_3 [K]を求めよ．

3) 平板 B の厚さのみを変化させて，2)で求めた熱流束を 60.0％に低減させるのに必要な平板 B の厚さ l_B' [m]を求め，その場合の表面温度 T_1 [K]と T_4 [K]を求めよ．なお，平板 B の厚さ以外は 2)と同じ条件である．

反応工学

【３】以下の問いに答えよ．

(1) 断熱系における単段 CSTR（連続流攪拌槽型反応器）を考える．液相で A→R の不可逆反応において，生成物 R は反応物 A の濃度の 1 次の反応速度で生成する．容積 $V = 0.200\ \mathrm{m^3}$ の単段 CSTR を用い，入口流量 $F = 5.00\times10^{-3}\ \mathrm{m^3\cdot s^{-1}}$，A の入口濃度 $C_{A,0} = 8.00\times10^{2}\ \mathrm{mol\cdot m^{-3}}$ の時，転化率 $X_A = 0.500$ であった．ただし，反応流体の定圧比熱 $c_P = 4.18\ \mathrm{kJ\cdot kg^{-1}\cdot K^{-1}}$，密度 $\rho = 1.00\times10^{3}\ \mathrm{kg\cdot m^{-3}}$，反応熱 $-\Delta H = 50.0\ \mathrm{kJ\cdot mol^{-1}}$ とし，今回対象とする系では変化しないとする．空間時間 τ [s]，反応速度定数 k [$\mathrm{s^{-1}}$]，供給液温度 T_{in} [K]，反応器内温度 T_{out} [K]とする．槽内は十分に攪拌され反応器内温度は出口温度と等しいとする．有効数字は 3 桁とする．必要な際は $\ln2 = 0.693$, $\ln10 = 2.30$ を用いよ．

1) 1 次反応の場合の CSTR の設計式（τを X_A と k で表す式）を記せ．

2) k を算出せよ．

3) 本系において反応速度定数はアレニウス式

$$k = Aexp(-\frac{E}{RT_{out}}) \qquad (1)$$

で表される．$A = 2.00\times10^{5}\ \mathrm{s^{-1}}$，$E/R = 5.50\times10^{3}$ K の時，2)で求めた反応速度定数と式(1)より T_{out} を算出せよ．

4) 仮に理想的な状態として転化率 $X_A = 1.00$ の時の供給液温度と反応器内温度の差$\Delta T(= T_{out}-T_{in})$を表す式を $C_{A,0}$，c_P，ρ，ΔH を用いて記せ．

5) 4)の関係を用いて転化率 $X_A = 0.500$ の時の T_{in} を求めよ．

（問題文は次ページにつづく）

反応工学

(2) 十分に広く平坦な固体平板を酸素気流中で酸化する．時間経過に伴う酸化膜厚の変化を予測するため，以下のモデルを立てて考察した．固体平板の片面に注目し，図 1 に示すように固体平板の酸化は，既に酸化された酸化膜 (AO) 中を拡散した酸素分子(O_2)と固体を構成する原子(A)が，酸化膜と未反応の固体とを隔てる境界面において反応 $\left(A+\frac{1}{2}O_2 \rightarrow AO\right)$ することで進行し，これに伴って境界面が固体平板の内部方向に移動すると考える．酸化膜は完全に酸化され，また，酸化に伴う体積変化は生じないとみなす．さらに，酸化膜中における酸素分子濃度及びその変化速度は十分に小さく，拡散により輸送される酸素分子は全て固体との反応で消費されると考える擬定常状態近似をとる．このモデルに関して，以下の問いに答えよ．

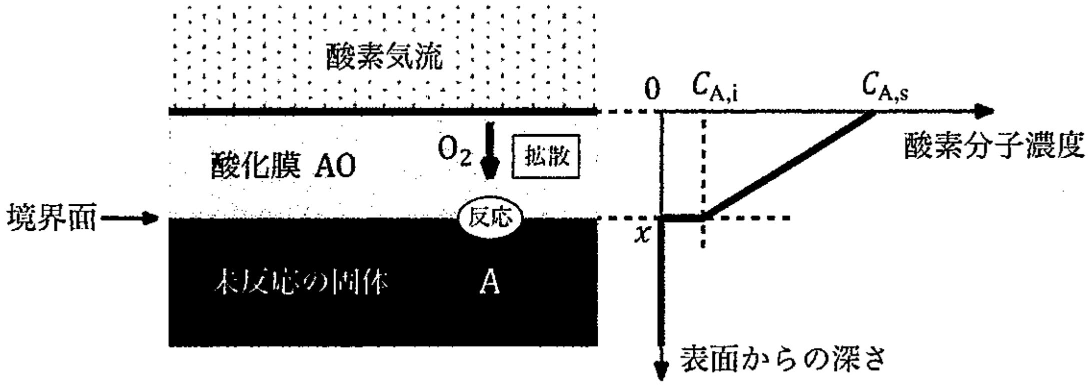


図 1

1) 気相中における酸素分子の物質移動は十分に速く，図 1 に示すように酸化膜中の最表面における酸素分子の濃度が $C_{A,s}$ [mol・m^{-3}] に保たれるケースを考える．ここで，酸化膜中で平板に対して垂直方向に進行する酸素分子の 1 次元拡散と，境界面における固体と酸素分子の反応の二つの過程を考慮する．酸化開始時からの経過時間を t [s]，酸化膜の厚みを $x(t)$ [m]，境界面における酸素分子の濃度を $C_{A,i}(t)$ [mol・m^{-3}]，酸化膜中における酸素分子の拡散係数を D [m^2・s^{-1}] とする時，酸化膜中における酸素分子の拡散流束 $F(t)$ [mol・m^{-2}・s^{-1}] を示せ．

(問題文は次ページにつづく)

反応工学

2) 境界面における固体との反応を通じて単位面積・単位時間あたりに消費される酸素分子の物質量 $R(t)$ [mol · m^{-2} · s^{-1}] は，$C_{\mathrm{A,i}}(t)$ に比例して表面反応速度定数 k_{s} [m · s^{-1}] を用いて $R(t) = k_{\mathrm{s}} C_{\mathrm{A,i}}(t)$ と表される．擬定常状態近似を考慮し，$F(t)$ を $C_{\mathrm{A,s}}, x(t), D, k_{\mathrm{s}}$ を用いて表せ．

3) 固体の密度を ρ [kg · m^{-3}]，固体を構成する A のモル質量を m [g · mol^{-1}] とする．これらの変数を用い，単位時間における酸化膜厚の変化量 $\dfrac{dx(t)}{dt}$ と $R(t)$ との関係を示せ．

4) 酸化開始時 ($t = 0$ s) に酸化膜が存在しない ($x = 0$ m) という条件のもとで，$x(t)$ を $C_{\mathrm{A,s}}, t, D, k_{\mathrm{s}}, \rho, m$ を用いて表せ．

材 料 の 力 学

【4】 以下の問いに答えよ．

(1) 金属材料の単軸引張試験に関わる以下の問いに答えよ．解答には計算の途中過程も示すこと．

1) 公称応力(σ)—公称ひずみ(ε)曲線（図 1）に関して，以下の①~⑥の空欄に最もふさわしい単語を以下に示す候補用語より選べ．図 1 中の②④⑤⑥は，それぞれ文中の空欄の番号に対応する．

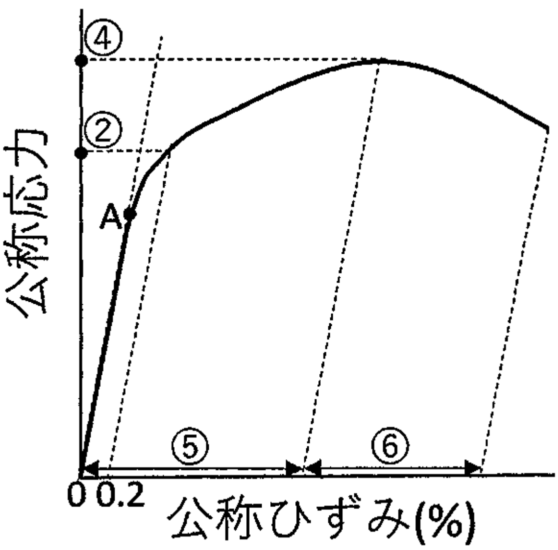


図 1

「金属材料に力を加えて変形させると応力とひずみの関係が線形から非線形に推移する．この時，応力とひずみの関係がほぼ直線で表され，かつ除荷をすると元の形状に戻る点 A を ① と呼び，ひずみが増加して 0.2%ひずみに達した時の応力を ② と呼び，その ② を一般に降伏応力とみなす．変形が進み， ③ が生じて公称応力が最高値に達したあと試験片にくびれが生じるが，この最高値の公称応力を ④ ，その時のひずみから弾性ひずみを引いたひずみを ⑤ という．さらに変形を続けると，引張試験片にくびれが生じやがて破断に至るが，材料にくびれが生じてから破断するまでのひずみを ⑥ という．」

候補用語：引張強度，0.2%耐力，均一伸び，局部伸び，加工硬化，降伏，弾性限，全伸び，破断伸び

2) 真応力(σ_t)—真ひずみ(ε_t)曲線を式(1)のn乗硬化則（nは加工硬化指数，Cは正の定数)で近似するとした時，塑性不安定条件を使って真ひずみで表された均一伸び($\varepsilon_{t,unif}$)とnの関係を示せ．

$$\sigma_t = C\varepsilon_t^n \tag{1}$$

（問題文は次ページにつづく）

材　料　の　力　学

3) 公称応力(σ)と真応力(σ_t)，公称ひずみ(ε)と真ひずみ(ε_t)の関係は式(2)および(3)で表される．前問 2)の結果を用いて，公称応力で表された引張強度(σ_{TS})ならびに公称ひずみで表された均一伸び(ε_{unif})を式(1)のn, Cの両方あるいはいずれかを使って表せ．

$$\sigma_t = (1+\varepsilon)\sigma \tag{2}$$

$$\varepsilon_t = \ln(1+\varepsilon) \tag{3}$$

4) 公称応力で表された降伏応力(σ_{YS})を式(1)のn, Cを用いて式(4)のように表す．この時，前問 2), 3)の結果を用いて，降伏比(σ_{YS}/σ_{TS})が金属の種類(n, C)に関係なくε_{unif}のみで表されることを示せ．

$$\sigma_{YS} = C \times 0.002^n \tag{4}$$

（問題文は次ページにつづく）

材 料 の 力 学

(2) 長さ$4L$の両端支持はりの上に二輪の台車をのせた場合の，はりの変形を考える．はりの縦弾性係数をE，断面二次モーメントをI，台車の重量を$2W$，車輪中心間の距離を$2L$とする．台車の重量は両車輪に均等にかかり，はりはそれぞれの車輪から下向きの荷重Wをうけるものとする．以下の問いに答えよ．

1) 図 2 に示すように，台車の左側車輪の中心と支持点 A との水平距離がaであるとき，支持点 A および B においてはりに作用する抗力（支点反力）R_A, R_Bの大きさを求めよ．
2) 図 2 の状態において，支持点 A を原点とするはり長手方向xの位置における曲げモーメントMを求めよ．ただし，はりの変形が下に凸となる場合の曲げモーメントを正とする．
3) 図 3 に示すように，台車の左側車輪の中心と支持点 A との水平距離が L である時，支持点 A におけるたわみ角θ_Aの大きさを求めよ．

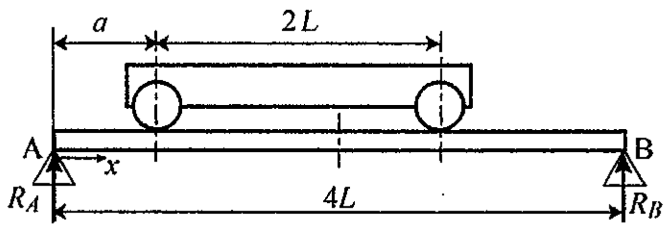


図 2

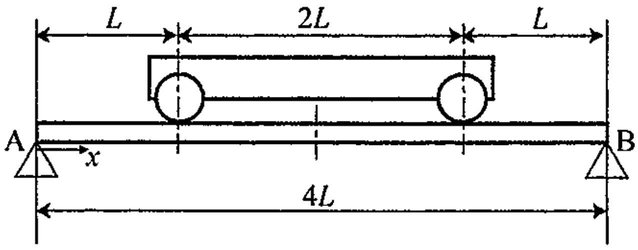


図 3